

Programma svolto di Matematica con Informatica Classe I D

Prof.re Erasmo Modica

Algebra

I numeri naturali

L'insieme dei numeri naturali. Proprietà dei numeri naturali. Operazioni interne a un insieme numerico. Addizione e sue proprietà (commutativa e associativa). Elemento neutro dell'addizione. Sottrazione e proprietà invariantiva. Moltiplicazione e sue proprietà (commutativa, associativa, distributiva). Legge di annullamento del prodotto. Lo zero come elemento assorbente. Elemento neutro della moltiplicazione. La divisione e le sue proprietà (invariantiva e distributiva). La potenza. Proprietà delle potenze. Espressioni e priorità delle operazioni. Multipli, divisori e numeri primi. Teorema della divisione. Teorema fondamentale dell'aritmetica. Teorema sull'infinità dei numeri primi. Criteri di divisibilità. M.C.D. e m.c.m. Calcolo del M.C.D. e del m.c.m. Concetto di algoritmo. Proprietà di un algoritmo. Algoritmo euclideo delle divisioni successive. Concetto di modello matematico. Tipologie di modello matematico. Problemi che hanno come modello M.C.D. e m.c.m. tra numeri. Congetture aritmetiche. Distinzione fra verifica e dimostrazione di una congettura aritmetica. Esempi di congetture ed esercizi.

I numeri interi

L'insieme dei numeri interi e le sue proprietà. La regola dei segni. Valore assoluto di un numero intero. Relazione d'ordine. Addizione e sottrazione. Opposto di un numero intero. Moltiplicazione e divisione. Potenze con base intera ed esponente naturale. Espressioni nell'insieme dei numeri interi.

I numeri razionali

Frazioni. Frazioni equivalenti. Proprietà invariantiva. Numeri razionali assoluti. Confronto di frazioni. Somma, moltiplicazione e divisione tra numeri razionali. Reciproco di una frazione. Numeri decimali limitati e periodici e loro frazioni generatrici. Proporzioni. Proprietà fondamentale delle proporzioni. Proprietà dell'invertire, del permutare, del comporre e dello scomporre. Proporzioni continue. Problemi che hanno come modello una proporzione. Numeri percentuali. Problemi con le percentuali. Numeri razionali relativi. Numeri razionali. Potenze con esponente negativo.

I numeri reali

Numeri irrazionali. Dimostrazione dell'irrazionalità della radice quadrata di 2. Numeri reali. Approssimazioni per arrotondamento e per troncamento. Errore assoluto. Notazione scientifica. Ordine di grandezza.

Insiemistica

Concetto di insieme. Rappresentazioni di un insieme. Cardinalità di un insieme. Sottoinsieme di un insieme. Differenza fra appartenere ed essere contenuto. Unione e intersezione tra insiemi. Differenza tra insiemi. Insieme universo. Complementare di un insieme. Insieme delle parti di un insieme. Partizione di un insieme. Problemi che hanno come modello gli insiemi.

Logica

Proposizioni (semplici e composte). Principio di non contraddizione e principio del terzo escluso. Formule aperte. Connettivi logici: congiunzione, disgiunzione inclusiva ed esclusiva, negazione, implicazione, doppia implicazione. Tavole di verità. Tautologie e contraddizioni. Implicazione. Condizione necessaria e condizione sufficiente. Contronominale e inversa. Doppia implicazione. Enunciati aperti. Dominio e insieme di verità. Quantificatore universale ed esistenziale. Deduzioni. Regole di deduzione (*modus ponens* e *modus tollens*). Dimostrazione diretta. Dimostrazione indiretta. Dal teorema generale al teorema particolare. Regola di particolarizzazione. Dimostrazione per assurdo. Dimostrazione mediante controesempio.

Relazioni e funzioni

Relazioni. Dominio e codominio di una relazione, immagini e controimmagini. Relazioni inverse. Relazioni in un insieme. Proprietà riflessiva, antiriflessiva, simmetrica, antisimmetrica. Proprietà riflessiva, antisimmetrica e transitiva. Relazioni di equivalenza. Insieme quoziente. Relazioni d'ordine largo, stretto e totale. Concetto di funzione. Funzioni numeriche. Funzioni iniettive, suriettive e biunivoche. Funzioni inverse. Grafico cartesiano di una funzione. Test delle rette orizzontali e delle rette verticali. Segno di una funzione. Intersezione di una funzione con gli assi. Dal grafico di una funzione alle sue proprietà (dominio, codominio, segno, intersezioni con gli assi, iniettività, suriettività, biunivocità). Definizione di seno, coseno e tangente di un angolo. Funzioni goniometriche degli angoli di 30° , 45° e 60° . Primo e secondo teorema dei triangoli rettangoli. Rappresentazione grafica delle funzioni $y = ax + b$ e $y = |ax + b|$.

Cenni sulle strutture algebriche

Semigrupperi, monoidi, gruppi. Esempi con insiemi numerici. Il gruppo diedrale D_3 . Aritmetica dell'orologio.

Monomi

Introduzione al calcolo letterale. Codifica e decodifica. Le espressioni letterali e i modelli di calcolo. Valore numerico di una espressione letterale. Monomi. Riduzione a forma normale. Monomi simili. Grado complessivo e grado relativo. Somma algebrica di monomi. Potenza di un monomio. Moltiplicazione e divisione di monomi. Divisibilità tra monomi. M.D.C. e m.c.m. tra monomi. Problemi che hanno come modello i monomi.

Polinomi

Polinomi uguali, opposti, ridotti a forma normale. Grado di un polinomio. Polinomi ordinati, completi e omogenei. Polinomi come funzioni. Principio di identità dei polinomi. Somma algebrica di polinomi. Prodotto di un monomio per un polinomio e fra due polinomi. Quadrato di binomio e quadrato di trinomio. Prodotto della somma di due monomi per la loro differenza. Cubo di un binomio. Potenza n-ma di un binomio. Triangolo di Tartaglia.

Equazioni e disequazioni lineari

Equazioni lineari. Principi di equivalenza. Risoluzione di equazioni di primo grado. Problemi che hanno come modello una equazione lineare.

Disuguaglianze e disequazioni. Notazione a intervalli. Principi di equivalenza. Risoluzione di una disequazione lineare numerica intera. Problemi che hanno come modello disequazioni lineari. Sistemi di disequazioni lineari. Soluzioni di un sistema di disequazioni lineari. Problemi che hanno come modello sistemi di disequazioni lineari.

Proprietà del valore assoluto di una funzione. Equazioni di primo grado in valore assoluto. Disequazioni di primo grado in valore assoluto.

Divisione di polinomi e fattorizzazione di polinomi

La divisione di un polinomio per un monomio. Divisione esatta fra due polinomi. Grado del polinomio quoziente. Divisione con resto fra due polinomi. La regola di Ruffini. Il teorema del resto (con dimostrazione). Il teorema di Ruffini (con dimostrazione). Estensione della regola di Ruffini al caso in cui il divisore è del tipo $nx - b$. Scomposizione in fattori dei polinomi. Il raccoglimento a fattore comune. Il raccoglimento parziale. La scomposizione riconducibile a prodotti notevoli (differenza di quadrati, quadrato di binomio e di trinomio, cubo di binomio, somma e differenza di cubi). La scomposizione di particolari trinomi di secondo grado. Scomposizione mediante la regola di Ruffini. Il M.C.D. e il m.c.m. di due polinomi e la loro determinazione.

Geometria

Il linguaggio della geometria

Euclide e i suoi elementi. Sistema assiomatico materiale. Concetti primitivi, postulati, nozioni comuni, definizioni, teoremi. Proprietà dei postulati. Definizioni di Euclide. Nozioni comuni. I cinque postulati di Euclide. Figure geometriche. Postulati di appartenenza e di ordine. Semirette. Segmenti. Segmenti consecutivi e adiacenti. Semipiani. Assioma di partizione del piano. Il nastro di Möbius. Figure concave e convesse. Angoli. Angoli consecutivi e adiacenti. Angoli opposti al vertice. Concetto di congruenza. Proprietà della congruenza. Figure congruenti. Circonferenza e cerchio. Poligonali. Poligoni ed elementi caratteristici. Trasporto di un segmento. Confronto di segmenti. Operazione con i segmenti. Trasporto di un angolo. Confronto di angoli. Operazioni con gli angoli.

Costruzioni con riga e compasso

Importanza storica delle costruzioni con riga e compasso. Operazioni grafiche consentite. Punto medio di un segmento. Costruzione dell'asse del segmento. Costruzione del triangolo equilatero. Costruzione della bisettrice di un angolo dato. Costruzione della retta perpendicolare a una retta data, passante per un punto esterno a essa. Costruzione della retta perpendicolare a una retta data, passante per un punto preso su di essa. Costruzione del quadrato di lato dato.

Trasformazioni geometriche

Trasformazioni di una figura. Trasformazioni nella visione. Trasformazioni, punti fissi, collineazioni. Invarianti di una trasformazione geometrica: lunghezze dei segmenti, misure degli angoli, parallelismo, direzioni, rapporto dei segmenti e orientamento dei punti. Invarianti globali (forma e misure). Legami tra invarianti.

Isometrie. Segmenti orientati. Vettori. Traslazioni. Modulo di un vettore. Traslazione nulla. Traslazione opposta. Invarianti di una traslazione. Rotazioni. Costruzione di un punto in una rotazione. Invarianti di una rotazione. Simmetria centrale e proprietà. Simmetrie assiali e proprietà. Invarianti della simmetria assiale. Simmetrie rispetto all'asse delle ascisse, delle ordinate e rispetto all'origine. Isometrie dirette ed invertenti. Composizione di isometrie. Tassellazioni del piano con figure regolari e irregolari. Mosaici. Escher e l'opera "I Rettili".

I triangoli

Classificazione in base ai lati e agli angoli. Altezze, bisettrici, mediane di un triangolo. Primo criterio di congruenza dei triangoli. Secondo criterio di congruenza dei triangoli. Proprietà del triangolo isoscele e relative dimostrazioni (teorema diretto e inverso). Proprietà del triangolo equilatero. Terzo criterio di congruenza dei triangoli. Teorema dell'angolo esterno. Relazioni tra lati e angoli di un triangolo. Teoremi sulle disuguaglianze nei triangoli.

Rette perpendicolari e parallele

Definizione di rette perpendicolari. Esistenza e unicità della perpendicolare. Asse di un segmento. Proiezioni ortogonali e distanza. Rette tagliate da una trasversale. Rette parallele. Condizioni

sufficienti per il parallelismo. Esistenza della parallela per un punto. Unicità della parallela per un punto. Condizioni necessarie per il parallelismo. Angoli con lati paralleli e relativi teoremi. Parallelismo ed equivalenza. Teorema dell'angolo esterno di un triangolo. Somma degli angoli interni di un triangolo. Forma generale del secondo criterio di congruenza dei triangoli. Somma degli angoli interni di un poligono. Somma degli angoli esterni di un poligono. Criteri di congruenza dei triangoli rettangoli. Mediana relativa all'ipotenusa. Distanza tra due rette parallele. Luoghi geometrici. Asse di un segmento e bisettrice di un angolo come luoghi geometrici.

Parallelogrammi e trapezi

Definizione e proprietà del parallelogramma. Condizioni sufficienti relative ai parallelogrammi. Rettangoli e teoremi relativi. Rombi e teoremi relativi. Quadrati e teoremi relativi. Trapezi e loro classificazione. Proprietà del trapezio isoscele e teoremi relativi. Fascio di rette parallele. Teorema di Talete dei segmenti congruenti. Teorema relativo al segmento con estremi nei punti medi dei lati di un triangolo. Teorema relativo al segmento con estremi nei punti medi dei lati obliqui di un trapezio.

Cenni sulle geometrie non euclidee

Tentativi di dimostrazione del V postulato di Euclide. La geometria iperbolica o dell'angolo acuto. Somma degli angoli interni di un triangolo nella geometria iperbolica. Il modello di Klein. La geometria ellittica o dell'angolo ottuso. Il modello di Riemann. Somma degli angoli interni di un triangolo nella geometria ellittica. Concetto di curvatura dello spazio. Curve geodetiche.

Storia delle matematiche

Matematica primitiva. Matematica babilonese. Matematica egiziana.

La figura di Euclide. Gli elementi di Euclide.

Storia della teoria ingenua degli insiemi.

Statistica descrittiva

Il linguaggio della statistica: popolazione, unità, censimento, campione, variabili, modalità. Fasi di un'indagine statistica. Frequenza assoluta, frequenza relativa e frequenza percentuale. Classi e intervalli. Frequenza cumulata. Serie statistiche. Serie storiche. Seriazioni statistiche. Diagrammi a barre. Diagrammi a blocchi. Diagrammi cartesiani. Istogrammi e poligoni delle frequenze. Areogrammi. Ideogrammi. Cartogrammi. Regole per la costruzione di buoni grafici.

Indici di posizione centrale. La media campionaria. La media ponderata. Calcolo della media aritmetica di una distribuzione in classi. La moda. La mediana e la sua determinazione. Indici di dispersione. Campo di variazione. Scarto dalla media. Scarto semplice medio. Varianza. Scarto quadratico medio. Distribuzione gaussiana.

Informatica

Breve storia del calcolatore

Origine del termine informatica. Regolo calcolatore. Macchina tessile di Falcon. La pascalina. La macchina analitica di Babbage. I contributi di Leibniz e Boole. Calcolatori nel mondo del lavoro. L'ENIAC. L'architettura di Von Neumann. La nascita dell'elettronica miniaturizzata.

La struttura del calcolatore

Hardware e software. La CPU. Memorie ROM e RAM. Memorie di massa, periferiche di input e output.

Sistemi di numerazione

Sistemi di numerazione nella preistoria. I numeri in Mesopotamia. I numeri in Egitto. I numeri in Grecia. I numeri nell'antica Roma. I numeri in India e il sistema decimale. Il sistema di numerazione posizionale. Il sistema binario. Dal sistema decimale al sistema binario e viceversa. Bit. Byte. Kilobyte.

Il software GeoGebra

L'ambiente di lavoro. Inserimento di oggetti geometrici. Le caselle degli strumenti. Il protocollo di costruzione. L'inserimento di dati algebrici. Il trascinamento. La slider. LA finestra di dialogo proprietà. La barra dei menu.

Costruzioni con riga e compasso mediante GeoGebra.

Traslazioni, rotazioni, simmetrie centrali e simmetrie assiali con GeoGebra.

Desmos

Introduzione al software. Rappresentazione delle funzioni numeriche. Rappresentazione delle funzioni in valore assoluto.

Il foglio di calcolo

L'ambiente di lavoro. Celle. Notazioni. Operazioni di base. Unire celle. Formato celle. Adattamento larghezza righe/colonne. Riempimento automatico. Riferimenti. Formule. Funzioni elementari. Stile percentuale. Grafici. Le tavole di verità. Distribuzioni di frequenza. Elaborazione di dati. Grafici in statistica.

Il Docente
(Prof.re Erasmo Modica)