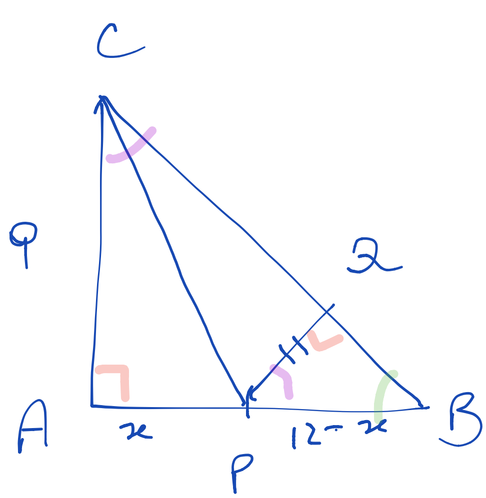


$\overline{AB} = 12$ cm

$\overline{AC} = \frac{3}{4}\,\overline{AB} = 9$ cm

$\overline{PC}^2 + 2\overline{PQ}^2 = 40\overline{AP}^2 - 3$

$\overline{AP} = x$

$0 \le x \le 12$

$\overline{CB} = \sqrt{12^2 + 9^2} = 15$ cm

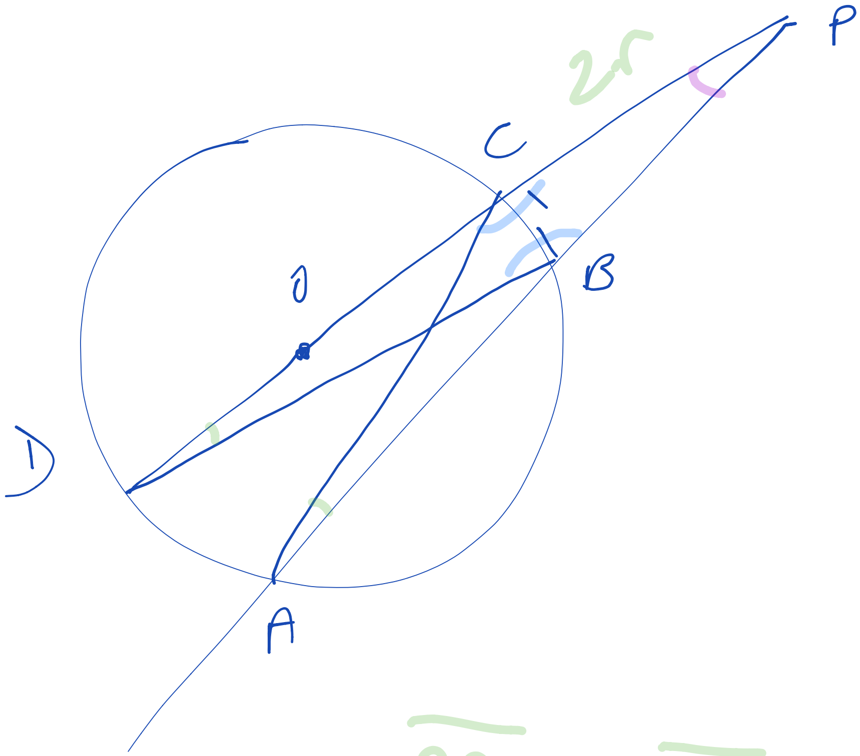
$\overline{PC}^2 = 81 + x^2$

$\overline{PQ} : \overline{AC} = \overline{PB} : \overline{CB}$

$\overline{PQ} : 9 = (12 - x) : 15$

$\overline{PQ} = \frac{\cancel{9}^{3}(12-x)}{\cancel{15}_{5}} = \frac{3(12-x)}{5}$

$81 + x^2 + 2 \cdot \frac{9}{25}(12-x)^2 = 40x^2 - 3$



$\overline{OP} = 3r$

$\overline{PA} > \overline{PB}$

$\overline{AB} = \frac{r}{3}$

$\overline{PA} = ?$

$\overline{PD} = 4r$

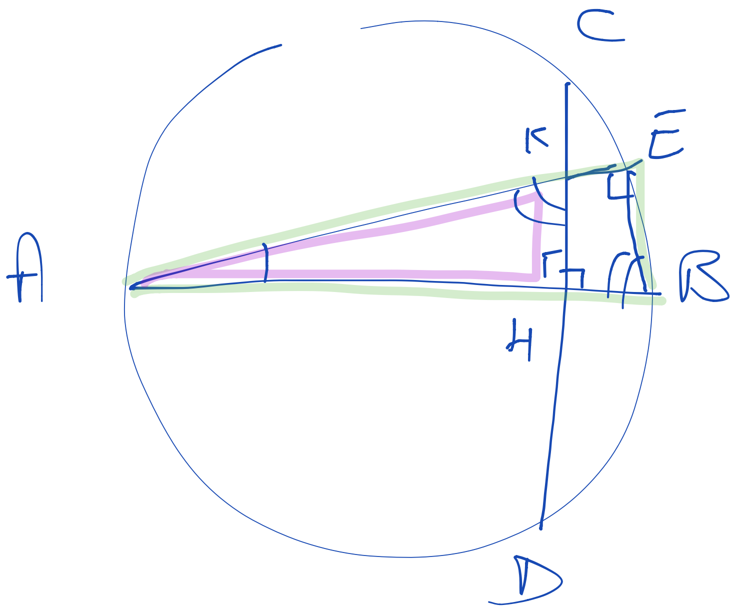
$$\overline{AP} : \overline{PD} = \overline{PB} : \overline{PC}$$

$$\overline{AP} : \overline{PB} = \overline{PD} : \overline{PC}$$

$$(\overline{AP} - \overline{PB}) : \overline{AP} = (\overline{PD} - \overline{PC}) : \overline{PD}$$

$$\frac{r}{3} : \overline{AP} = 2r : 4r$$

$$\overline{AP} = \overset{2}{\cancel{4}}r \cdot \frac{\cancel{r}}{3} \cdot \frac{1}{2\cancel{r}} = \frac{2}{3}r$$



Hp) $AB \perp CD$

$CH \cong HD$

Th) $EBHK$ inscrivibile

$\overline{AB} : \overline{AE} = AK : AH$

Considero il quadrilatero $EKHB$.

L'angolo $B\hat{H}K$ è retto per ipotesi

L'angolo $B\hat{E}K$ è retto perché il triangolo $A\hat{E}B$ è inscritto in una semicirconferenza.

Poiché $B\hat{E}K$ e $B\hat{H}K$ sono opposti e la loro somma dà un angolo piatto per differenza la somma degli altri due angoli darà un angolo piatto. Di conseguenza

Il quadrilatero BEKH è inscrivibile in una circonferenza.
Considero i triangoli $\overset{\triangle}{AEB}$ e $\overset{\triangle}{AHK}$.
Essi hanno:
- gli angoli $A\hat{H}K \cong A\hat{E}B$ perché retti;
- l'angolo $E\hat{A}B$ in comune

quindi sono simili per il I criterio di similitudine e avranno i lati in proporzione.
In particolare

$$AB : AE = AK : AH.$$