$$kx^2 - 2(k+3)x + k - 1 = 0$$

$$x_1^3 + x_2^3 = 2$$

$$(x_1+x_2)^3 - 3x_1^2x_2 - 3x_1x_2^2 = 2$$

$$(x_1+x_2)^3 - 3x_1x_2(x_1+x_2) = 2$$

$$\left[\frac{2(k+3)}{k}\right]^3 - 3\,\frac{k-1}{k}\cdot\frac{2(k+3)}{k} = 2$$

$$\frac{8(k^3+9k^2+27k+27)}{k^3} - \frac{6(k^2-2k-3)}{k^2} = 2$$

$$\frac{\cancel{8k^3}+72k^2+216k+216-\cancel{6k^3}+12k^2+18k}{\cancel{k^3}} = \frac{\cancel{2k^3}}{\cancel{k^3}}$$

$$84k^2+234k+216 = 0$$

$$x_1 = 2x_2$$

$$x_1 + x_2 = \frac{2(k+3)}{k}$$

$$x_1 x_2 = \frac{k-1}{k}$$

$$x_1 + x_2 = 2x_2 + x_2 = 3x_2$$

$$x_1 \cdot x_2 = 2x_2 \cdot x_2 = 2x_2^2$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 3x_2 \\ x_1 x_2 = 2x_2^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x_2 = \dfrac{2(k+3)}{k} \\ 2x_2^2 = \dfrac{k-1}{k} \end{cases} \qquad \begin{cases} x_2 = \dfrac{2(k+3)}{3k} \\ 2\left[\dfrac{2(k+3)}{3k}\right]^2 = \dfrac{k-1}{k} \end{cases}$$

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 3$$

$$\frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2} = 3$$

$$\frac{-\frac{b}{\cancel{a}}}{\frac{c}{\cancel{a}}} = 3$$

$$-\frac{b}{c} = 3$$

$$\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} = 2$$

$$\frac{x_1^2 + x_2^2}{(x_1 x_2)^2} = 2$$

$$\frac{(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2}{(x_1 x_2)^2} = 2$$

$$kx^2 - 2(k+3)x + k - 1 = 0$$

$$\frac{\Delta}{4} = (k+3)^2 - k(k-1) =$$

$$= \cancel{k^2} + 6k + 9 - \cancel{k^2} + k = 7k + 9$$

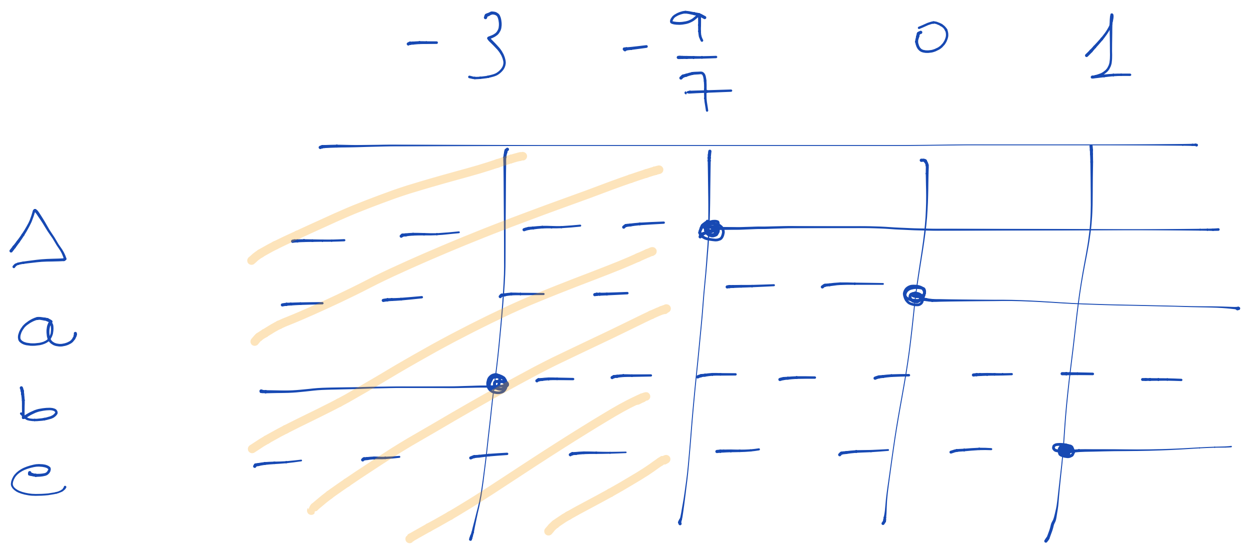
Studiare, al variare di k, il segno delle soluzioni.

$\frac{\Delta}{4} \geq 0 \qquad 7k+9 \geq 0 \qquad k \geq -9/7$

1°c) $k \geq 0$

2°c) $-\cancel{2}(k+3) \geq 0$; $k+3 \leq 0$; $k \leq -3$

3°c) $k-1 \geq 0$; $k \geq 1$



$k = -9/7$ avremo due soluzioni reali coincidenti e negative: $x_1 = x_2 < 0$

$-\frac{9}{7} < k < 0$ avremo due soluzioni reali distinte entrambe negative

$x_1 < 0, \ x_2 < 0$

$k = 0$ Essendo $a = 0$ l'equazione è di 1° grado e ammette una sola soluzione negativa.

$0 < k < 1$ avremo due soluzioni reali e distinte con $x_1 > 0$ e $x_2 < 0$

$k = 1$ l'eq. è incompleta spuria e ammetterà una soluzione nulla e una positiva.

$k > 1$ avremo due soluzioni reali distinte entrambe positive.