

67

**YOU & MATHS**

An equilateral triangle Given the points $R(\sqrt{3}; 4)$, $S(0; 1)$, and $T(-\sqrt{3}; 4)$ on the plane, verify that they are the vertices of an equilateral triangle.

$$\overline{RS} = \sqrt{(0 - \sqrt{3})^2 + (1 - 4)^2} = \sqrt{3 + 9} = 2\sqrt{3}$$

$$\overline{ST} = \sqrt{(-\sqrt{3} - 0)^2 + (4 - 1)^2} = 2\sqrt{3}$$

$$\overline{RT} = |x_R - x_T| = |\sqrt{3} + \sqrt{3}| = 2\sqrt{3}$$

65 Determina per quale valore di k il punto medio del segmento di estremi

$A(3+k; 4k)$ e $B(k-2; 3)$

ha le coordinate uguali. Rappresenta i punti per il valore di k ottenuto. [-1]

$$A(3+k; 4k) \quad B(k-2; 3)$$

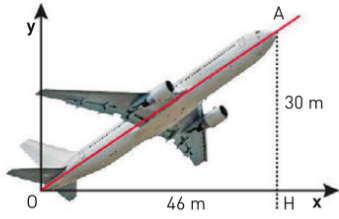
$$M_{AB}(x_m; y_m) \quad x_m = y_m$$

$$\frac{x_A + x_B}{2} = \frac{y_A + y_B}{2}$$

$$\frac{3+k+k-2}{2} = \frac{4k+3}{2}$$

$$2k = -2 \Rightarrow k = -1$$

116 Calcola la pendenza con cui l'aereo in figura sta decollando e scrivi l'equazione della retta su cui giace OA.




$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{30}{46} = \frac{15}{23}$$

$$A(46; 30) \quad m = \tan \alpha$$

$$O(0, 0) \quad \tan \alpha = \frac{15}{23}$$

$$\alpha = \tan^{-1} \left(\frac{15}{23} \right) = 33,1^\circ$$

177  **INVALSI 2004** Per quale valore di m la retta di equazione $y = mx - 1$ passa per il punto A di coordinate $A(-1; \frac{1}{2})$?

$$y = mx - 1$$

$$\frac{1}{2} = m \cdot (-1) - 1$$

$$\frac{1}{2} = -m - 1 \Rightarrow m = -\frac{3}{2}$$

$$y = -\frac{3}{2}x - 1$$

208 Per quale valore di k le rette di equazioni $3kx + (k+1)y = 5k$ e $(3k+3)y = (k-5)x - k - 1$ risultano parallele?

$$[k = \frac{1}{2}]$$

$$3kx + (k+1)y - 5k = 0$$

$$(k-5)x - (3k+3)y - k - 1 = 0$$

$$m = \frac{-3k}{k+1} \quad m' = \frac{k-5}{3k+3}$$

$$\frac{-3k}{\cancel{k+1}} = \frac{k-5}{\cancel{3(k+1)}}$$

$$k \neq -1 \quad -9k = k - 5$$

$$-10k = -5 \quad ; \quad k = \frac{1}{2}$$

215 Trova il valore di a per cui la retta di equazione $\frac{2a}{a-1}x - \frac{3-a}{a-1}y = 2a$ è:

- a. parallela alla bisettrice del secondo e quarto quadrante;
- b. perpendicolare alla retta di equazione $3y = 5x + 6$;
- c. parallela alla retta di equazione $3y + \frac{7}{4} = 0$;
- d. parallela alla retta di equazione $2 = 6x$;
- e. perpendicolare alla retta passante per $O(0; 0)$ e $A(-\frac{1}{2}; \frac{3}{2})$.

[a) -3; b) $-\frac{9}{7}$; c) 0; d) 3; e) $\frac{3}{7}$]

$$a) m = -\frac{2a}{a-1} \cdot \frac{a-1}{a-3} = -\frac{2a}{a-3}$$

$$y = -x$$

$$-\frac{2a}{a-3} = +1 \Rightarrow a-3 = 2a$$
$$a = -3$$

$$b) 3y = 5x + 6 \Rightarrow y = \frac{5}{3}x + 2$$

$$-\frac{2a}{a-3} = +\frac{3}{5} \Rightarrow 10a = 3a - 9$$
$$7a = -9$$

$$a = -\frac{9}{7}$$

$$c) \frac{2a}{a-1} = 0 \Rightarrow a=0$$

$$d) \frac{3-a}{a-1} = 0 \Rightarrow a=3$$

$$e) A\left(-\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right) \quad O(0;0)$$

$$m_{AO} = \frac{y_A}{x_A} = \frac{3}{2} (-2) = -3$$

$$m_l = \frac{1}{3}$$

$$\frac{-2a}{a-3} = \frac{1}{3} ; \quad -6a = a-3$$

$$7a = 3$$

$$a = \frac{3}{7}$$

276 Determina per quali valori di h e k la retta PQ , con $P(h+1; -h)$ e $Q(1; k)$, è parallela alla retta di equazione $y-5=0$. [$k=-h, h \neq 0$]

$$y = 5 \quad m = 0$$

$$m_{PQ} = \frac{k+h}{1-h-1} = \frac{k+h}{-h} = 0$$

$$-h \neq 0 \quad k+h = 0$$
$$k = -h$$

335 Dato il fascio di rette di centro $P(3; -1)$, trova la retta del fascio che:

- a. è parallela alla bisettrice del primo e terzo quadrante;
- b. passa per $Q(-6; 1)$;
- c. passa per il punto di ascissa $\frac{3}{2}$ della retta $2y - 6x = 5$;
- d. ha coefficiente angolare $\frac{4}{5}$.

$$\left[\begin{array}{l} \text{a) } y = x - 4; \text{ b) } y = -\frac{2}{9}x - \frac{1}{3}; \\ \text{c) } y = -\frac{16}{3}x + 15; \text{ d) } y = \frac{4}{5}x - \frac{17}{5} \end{array} \right]$$

$$y + 1 = m(x - 3)$$

$$y + 1 = mx - 3m; \quad \underline{mx - y - 3m - 1 = 0}$$

$$m = 1 \quad x - y - 4 = 0$$

$$Q(-6; 1) \quad m(-6) - 1 - 3m - 1 = 0$$
$$-9m - 2 = 0; \quad m = \frac{2}{9}$$

$$\frac{2}{9}x - y - \frac{2}{3} - 1 = 0$$

$$2x - 9y - 6 - 9 = 0; \quad 2x - 9y - 15 = 0$$

$$\text{c) } x = \frac{3}{2} \quad 2y - 6x = 5$$

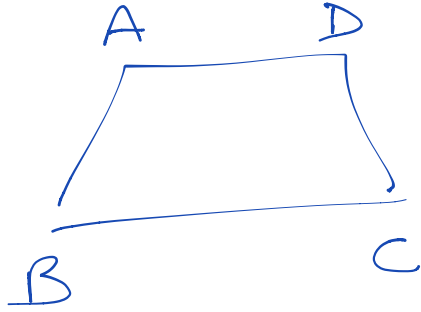
$$2y - 6 \cdot \frac{3}{2} = 5 \Rightarrow 2y - 9 = 5$$

$$2y = 14 \Rightarrow y = 7$$

$$P\left(\frac{3}{2}, 7\right) \quad m\left(\frac{3}{2}\right) - 7 - 3\left(\frac{3}{2}\right) - 1 = 0$$

408 Scrivi le equazioni delle rette dei lati del quadrilatero $ABCD$ di vertici $A(4; 1)$, $B(-1; -3)$, $C(8; -3)$, $D(6; 1)$ e verifica che si tratta di un trapezio. Il trapezio è rettangolo?

[$4x - 5y - 11 = 0$; $y = -3$; $2x + y - 13 = 0$; $y = 1$; no]



$$m_{AB} = \frac{-4}{-5} = \frac{4}{5}$$

$$m_{DC} = \frac{4}{-2} = -2$$

$$m_{AD} = 0$$

$$m_{BC} = 0$$

464

$$\begin{cases} x+y-2 < 0 \\ y \geq \frac{1}{2}x \end{cases}$$

Rappresenta nel piano cartesiano la regione individuata dal seguente sistema.

$$y = -x + 2$$

$$y = \frac{1}{2}x$$

x	y
0	2
-1	1

x	y
0	0
2	1

